

结构鲁棒性及其评价指标

吕大刚, 宋鹏彦, 崔双双, 王闽雄

(哈尔滨工业大学 土木工程学院, 黑龙江哈尔滨 150090)

摘要: 基于“偶然事件”、“局部损伤”、“不成比例破坏”和“失效后果”四个方面给出了结构鲁棒性的新定义, 将结构鲁棒性的定量测度划分为四类, 分别从结构的属性、结构的确定性性能、结构的可靠度以及结构的危险等方面详细阐述了目前已经提出的各种鲁棒性指标; 分别采用基于承载力的鲁棒性指标、基于可靠度的鲁棒性指标以及基于风险的鲁棒性指标, 对按照我国现行规范设计的钢筋混凝土框架结构的抗震鲁棒性进行了定量评价。结果表明: 采用三类指标的鲁棒性评价结果一致, 按照我国现行规范设计的钢筋混凝土框架结构具有良好的抗震鲁棒性。

关键词: 鲁棒性; 局部损伤; 连续倒塌; 结构属性; 结构性能; 结构可靠度; 直接风险; 间接风险

中图分类号: P315.9 文献标志码: A

Structural robustness and its assessment indicators

LÜ Dagang, SONG Pengyan, CUI Shuangshuang, WANG Minxiong

(School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

Abstract: A new definition of structural robustness was given from four aspects, i. e. abnormal events, local damage, non-proportional failure, and failure consequences. The measures of quantitative assessment of structural robustness were divided into four categories, namely, attribute-based indices, deterministic performance-based indices, reliability-based indices, and risk-based index. These proposed robustness indices were discussed and appraised in detail. The load-carrying capacity-based indices, reliability-based indices, and risk-based index were used respectively to assess the seismic robustness of reinforced concrete frame structures designed according to the current design codes of China. The results demonstrate that the assessment results agree with each other according to the above three robustness indices. The reinforced concrete frame structures designed according to the current codes have adequate seismic robustness.

Keywords: robustness; local damage; progressive collapse; structural attribute; structural performance; structural reliability; direct risk; indirect risk

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划(90715021), 国家自然科学基金项目(50978080, 50678057), 地震行业科研专项基金项目(200808097)。

作者简介: 吕大刚(1970—)男, 黑龙江铁力人, 工学博士, 教授。E-mail: ludagang@hit.edu.cn

收稿日期: 2011年7月

0 引言

结构鲁棒性(structural robustness) 问题的研究始于 1968 年英国伦敦的 Ronan Point 公寓大楼因煤气爆炸导致公寓大楼一角发生连续倒塌(progressive collapse) 事件^[1-2]。该事件当时引起了国际土木工程界的极大关注,各国学者开展了防止结构发生连续倒塌和提高结构整体性(structural integrity) 措施的研究。英国建筑结构设计规范率先制定了预防建筑结构连续倒塌的设计准则^[3],美国、加拿大以及欧洲规范也相继在建筑结构设计规范中增加了加强结构整体性的具体技术要求^[4-6]。这些措施的实施可有效预防建筑结构发生连续性倒塌破坏,因此,1978 年以后,有关结构连续倒塌研究的文献相继减少^[7],结构鲁棒性的研究沉寂了大约 20 年时间,虽然这期间也发生过多起严重的结构连续倒塌事件,例如,1995 年美国俄克拉荷马州政府大楼受到汽车炸弹袭击而发生部分倒塌^[8],但直到 2001 年美国发生“9·11”事件,世贸中心大楼遭受恐怖袭击而发生连续倒塌,结构的连续倒塌和鲁棒性问题才重新引起全世界土木工程界的关注和重视^[9]。2005 年 11 月,国际结构安全联合委员会(JCSS) 联合国际桥梁与结构工程协会(IABSE) 的第一工作委员会,在英国的“建筑研究公司”(BRE) 专门召开了“结构鲁棒性研讨会”,这是土木工程界首次召开的关于结构鲁棒性方面的专题国际研讨会。会后在 IABSE 主办的国际期刊“Structural Engineering International”2006 年第 2 期上开辟了专栏发表会议的一些主要论文^[10]。这次会议以及随后发表的专刊在世界范围内的土木工程界引起了强烈的反响。2007 年,欧盟的大型科技合作项目(COST) 启动了子项目 COST Action TU0601,专门从事“结构鲁棒性”问题的研究,就与结构鲁棒性问题有关的理论和方法框架、危险性和易损性建模、鲁棒性评定及其应用三个方面,成立了 3 个工作组和 1 个任务委员会,这是国际上迄今为止关于“结构鲁棒性”研究规模最大的项目^[11]。2008 年 2 月,由 JCSS 组织在瑞士苏黎世联邦工业大学(ETH Zurich) 举办了 COST Action TU0601 项目的第一届“结构鲁棒性研讨会”^[12]。2008 年 6 月, JCSS 正式颁布了“工程风险评估原理”指南^[13],在该指南中, JCSS 将工程结构的鲁棒性纳入到整个风险评估框架之中,指出工程的风险评估包括危险性、易损性和鲁棒性三个基本组成部分,并给出了鲁棒性的定量指标和分析方法。目前, JCSS 正在制定“结构鲁棒性评定与条例”的推荐性指南^[14]。2008 年 10 月,在 JCSS 召开第 46 届工作会议后由美国斯坦福大学组织再次召开了“结构

鲁棒性研讨会”^[15]。2011 年 6 月, COST Action TU0601 出版了最新的研究报告“执业工程师用结构鲁棒性设计”^[16]。

近年来,我国发生了多起恶性的工程结构倒塌事故,例如 2003 年湖南省衡阳市衡州大厦由于发生特大火灾引起大厦突然坍塌,2007 年湖南省凤凰县堤溪沱江大桥竣工前发生整体坍塌,2007 年广东九江大桥遭运沙船撞击桥墩造成约 200 m 桥面坍塌,2008 年年初我国南方遭遇 50 年不遇冰雪灾害造成大量输电铁塔倒塌致使数省大面积停电,特别是 2008 年“5·12”汶川特大地震中大量建筑物发生粉碎性坍塌从而造成了巨大的人员伤亡和经济损失,工程结构的连续倒塌和鲁棒性问题才引起我国土木工程界的广泛关注^[17-19]。

虽然结构鲁棒性问题受到了世界各国土木工程师前所未有的关注和重视,但是目前国内外关于结构鲁棒性问题的研究大多停留在定性研究阶段,还没有形成普遍可以接受的结构鲁棒性定量分析理论和鲁棒性设计方法,甚至关于“鲁棒性”的定义和术语也存在很多争议。关于“robustness”的中文译名目前也还没有统一,有“稳健性”、“坚固性”、“鲁棒性”等多种译名^[20]。事实上,这种现象本身说明了“结构鲁棒性”是一门正处于发展过程中的新兴课题。

本文首先综合各种关于结构鲁棒性的已有定义,从“偶然事件”、“局部损伤”、“不成比例破坏”和“失效后果”四个方面给出结构鲁棒性的新定义;然后从结构的属性、结构的确定性性能以及结构的可靠度和风险等几个方面重点评述结构鲁棒性的各种评价指标;最后分别采用基于承载力、可靠度和风险的鲁棒性指标,对按照我国现行规范设计的钢筋混凝土框架结构的抗震鲁棒性进行定量评价。

1 结构鲁棒性的定义

鲁棒性(robustness) 是系统控制理论中的术语,指系统抵抗外部环境干扰和内部不确定性因素影响而能保持稳定工作的能力^[21]。在结构工程领域的国内外众多文献中,与“鲁棒性(robustness) ”同义的词有:整体性(integrity)、整体牢靠性(general integrity)、整体稳定性(global stability)、冗余性(redundancy)、连续性(continuity)、强韧性(toughness) 等;也有从反义词的角度定义“鲁棒性”的,例如:易损性(vulnerability)、损伤容限(damage tolerance)、对损伤的不敏感性(insensitivity to damage)、对局部失效的不敏感性(insensitivity to local failure) 等等^[22-26]。文献[22-23]将结构工程、软件工程、产品开发和质量管理、生态系统、控制理论、统计学、优化设计、Bayes

决策以及语言学中出现的“robustness”所具有的功能和特征进行了系统的对比分析,发现了不同学科领域中的“robustness”所具有的一些共同特征,例如,都要求“系统具有对干扰的不敏感性”。鉴于“鲁棒性”已经成为系统科学和控制理论中广为接受的专业术语^[21],并具有上述相似的含义,因此本文仍然建议将“robustness”译为“鲁棒性”。综合上述对于结构鲁棒性的各种描述,本文将结构的鲁棒性定义为:在发生偶然事件时对结构造成局部损伤的条件下,结构体系具有不发生整体失效后果与局部损伤原因不成比例破坏的一种能力。

上述对结构鲁棒性的定义有四个关键词“偶然事件(accidental events)”、“局部损伤(local damage)”、“不成比例破坏(nonproportional failure)”和“失效后果(failure consequence)”。 “偶然事件”有时也称为“非常规事件(abnormal events)”或“突发事件(emergency)”(以下统一称为“偶然事件”),其范围较为广泛,包括发生各种极值荷载(如极值风荷载、极值雪荷载、极值冰荷载、多遇地震作用等)、偶然荷载(如罕遇地震作用、炸弹爆炸、火灾、汽车撞击、轮船冲撞以及飞机冲击等)、人为错误(如设计错误、施工错误、用户使用不当等)、材料失效(如材料老化、疲劳损伤以及突然断裂)等等^[22-23]。“局部损伤”是指当偶然事件发生时对结构的局部造成的破坏,“局部”可以是结构的局部区域、子结构或者结构的某个构件。“损伤”既可以是由于偶然荷载作用造成的某个(或某些)构件突然退出工作(例如炸弹将承重构件炸坏),也可以是由于施工质量低下造成的构件承载力或延性不足,还可以是由于材料老化或者疲劳损伤累积引起的结构构件突然断裂等等。“不成比例破坏”是指偶然事件所造成的整体结构破坏后果远远大于引起整体破坏的初始局部损伤所造成的后果(即“不成比例”),也就是说,很小的损伤原因会引起灾难性的失效后果。例如:结构的连续性倒塌通常是由一个或几个承重构件的失效导致整体或大部分结构发生类似多米诺骨牌效应的连锁式坍塌,就是一种典型的不成比例破坏^[4]。“失效后果”是指结构的局部损伤和整体破坏所引起的直接经济损失、人员伤亡损失、由于结构破坏造成企业停工所引起的间接经济损失,其它次生灾害,甚至政治影响等。

2 结构鲁棒性评价指标

定量地评价工程结构在发生偶然事件情况下的鲁棒性、定量地比较不同结构体系的鲁棒性差异,是长期以来一直困扰学术界和工程界的难题之一,结构鲁棒性的定量分析和测度也成为结构鲁棒性理论

的关键性基础课题。

总体来说,目前国内外关于结构鲁棒性的定量研究主要沿着结构属性(attribute)和结构性能(performance)两条思路展开,相应的测度也有两类:基于属性的测度(attribute-based measures)和基于性能的测度(performance-based measures)^[26]。根据不确定性信息不同处理方法,基于性能测度又包括确定性结构性能的测度、基于可靠度的概率测度以及基于风险的测度三大类指标。

2.1 基于结构属性的鲁棒性指标

对于基于属性测度的结构鲁棒性定量研究,最具有代表性的工作就是由英国 Bristol 大学的 Blockley 教授和 Agarwal 等建立的“结构脆弱性(structural vulnerability)”理论^[25 27-30],该理论基于结构的组成形式和构件之间的拓扑关系,通过引入可以承受任意荷载的二维“结构圆(structural ring)”和三维“结构环(structural round)”,将结构组成“层级模型”,通过一定的规则进行拆解研究结构的失效场景,从而寻找结构中的薄弱环节。Agarwal 等提出了一种根据结构刚度矩阵来度量结构形式好坏(称为“良构性”,well-formedness)的定量测度:

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i \quad (1)$$

式中: Q 为某个群集(可以是一个结构圆、结构环,或者整个结构体系)的良构度; N 为该群集中所有节点的个数; q_i 为第 i 个节点的良构性测度,对于静力系统,则有:

$$q_i = \det(K_{ii}) \quad (2)$$

式中: K_{ii} 为连接第 i 个节点的所有构件组成的刚度子矩阵; $\det(\cdot)$ 为矩阵行列式。

对于动力系统,则有:

$$q_i = \det(K_{ii} + \omega_n^2 M_{ii}) \quad (3)$$

式中: M_{ii} 为连接第 i 个节点的所有构件组成的质量子矩阵; ω_n 为该子系统的第 n 阶自振频率。

为了度量某个局部损伤事件引起整体结构发生不成比例失效的可能性程度,England 等进一步提出了灾害势(hazard potential)的概念^[30],定义为该损伤事件引起的结构应变能变化与良构度变化的比值,表达为:

$$H_i = \frac{U_i/U_0}{Q_i/Q_0} \quad (4)$$

式中: U_i 和 Q_i 代表发生第 i 个损伤事件后结构的应变能与良构度; U_0 和 Q_0 代表没有发生损伤时完好结构的应变能与良构度。

Agarwal 和 England 等提出的上述理论和方法实际上是一种根据结构的属性(结构的形式和拓扑)来寻找结构薄弱环节的“脆弱性”理论,是从鲁棒性的

反面,即脆弱性的角度研究结构鲁棒性。国内一些学者对结构“易损性”(为了与灾害风险分析中以条件概率为基础的“易损性”理论区别开来,本文建议称其为“脆弱性”)的研究也是沿此思路进行的。例如,刘西拉等^[31-34]较早研究了建筑结构在发生突发事件时的易损性,提出了基于刚度的结构构件重要性评估方法,并采用图论方法研究了各种荷载条件下框架结构内部能量流动的关键路径;于刚等^[35-37]采用矩阵分析方法和塑性极限分析方法,研究了桁架结构中冗余构件配置的有效性以及不同易损场景对结构性能的影响程度,并研究了悬索桥的结构易损性;姜绍飞等^[38-40]研究了基于构件重要性系数的结构易损性以及基于易损性分析的桁架桥传感器布设方法。

2.2 基于确定性结构性能的鲁棒性指标

对于基于确定性结构性能测度的鲁棒性分析,研究者们先后提出了基于承载力、位移、能量、结构反应灵敏度的各种指标或测度。

2.2.1 基于承载力的鲁棒性指标

20世纪80年代,Frangopol、Moses和我国学者冯元生等先后提出了基于结构损伤前后整体承载力变化的各种指标作为结构冗余性的测度^[41-42]。由于结构的冗余性和鲁棒性有着本质的内在联系,因此通常将冗余度指标作为结构鲁棒性评定的定量测度。

第一种冗余度指标称为“储备强度比 RSR (reserve strength ratio)”,定义为完好结构的承载力与设计承载力的比值^[41-43]:

$$RSR = \frac{V_u}{V_d} \quad (5)$$

式中: V_u 为完好结构体系的承载力; V_d 为结构的设计承载力,如图1所示。在工程地震中,该比值称为“超强系数(over-strength factor)”,即结构实际的抗震能力与其设计地震作用的比值^[44]。

储备强度比(或超强系数)本质上是完好结构的整体安全系数。对于发生局部破坏的损伤结构冗余性,还需要采用其他指标进行描述。

第二种冗余度指标称为“剩余或损伤强度比 DSR (residual or damaged strength ratio)”,定义为损伤结构的承载力与设计承载力的比值^[22, 41-43]:

$$DSR = \frac{V_r}{V_d} \quad (6)$$

式中: V_r 为损伤结构体系的承载力,如图1所示。

第三种冗余度指标称为“剩余影响系数 RIF (residual influence factor)”,定义为损伤结构承载力与完好结构承载力的比值^[22, 45]:

$$RIF = \frac{V_r}{V_u} \quad (7)$$

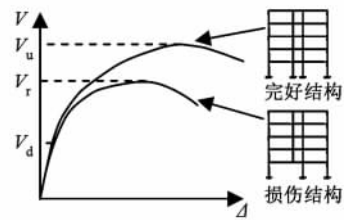


图1 完好结构和相应损伤结构承载力示意图
Fig. 1 Schematic of ultimate strengths of an intact structure and a damaged structure

显然,剩余影响系数是储备强度比与损伤强度比的比值,即有:

$$RIF = DSR/RSR \quad (8)$$

第四种冗余度指标称为“强度冗余系数 SRF (strength redundancy factor)”^[22, 43],定义为:

$$SRF = \frac{V_u}{V_u - V_r} = \frac{RSR}{RSR - DSR} = \frac{1}{1 - RIF} \quad (9)$$

通过冗余度判别结构是否发生连续倒塌的准则为:当 $DSR > 1$, 或 $RIF > 1/RSR$, 或 $SRF > RSR/(RSR - 1)$ 时,损伤结构在遭遇原设计荷载时不会发生连续倒塌,否则将发生连续倒塌。

2.2.2 基于位移的鲁棒性指标

最近, Biondini 等提出了基于结构损伤前后位移比的鲁棒性指标^[46]:

$$\rho = \frac{\|s_0\|}{\|s_d\|} \quad (10)$$

式中: s_0 、 s_d 分别表示结构处于完好状态和损伤状态的位移向量, $\|\cdot\|$ 为欧式范数。

2.2.3 基于能量的鲁棒性指标

方召欣等^[47-48]提出了基于能量的鲁棒性指标:

$$I_{rob1} = \frac{E_u}{E_d} \quad (11)$$

式中: I_{rob1} 为结构的鲁棒性指标; E_u 、 E_d 分别为结构达到破坏极限状态和设计目标(或屈服)状态时的耗散能量。

实际上,与式(5)类似,式(11)本质上是一种“超能系数(over-energy factor)”,只能反映完好结构的整体安全性,不能反映局部损伤对整体结构鲁棒性的影响,为了体现该影响,本文建议采用类似式(6)、式(7)或式(9)定义基于能量的鲁棒性指标:

$$I_{rob2} = \frac{E_r}{E_d} \quad (12)$$

$$I_{rob3} = \frac{E_r}{E_u} \quad (13)$$

$$I_{rob4} = \frac{E_u}{E_u - E_r} \quad (14)$$

式中: E_r 为损伤结构达到破坏极限状态的耗散能量; I_{rob2} 、 I_{rob3} 、 I_{rob4} 分别称为剩余能量比、剩余能量影响

系数、能量冗余系数。

2.2.4 基于灵敏度的鲁棒性指标

Pandey 等将结构反应灵敏度的倒数作为一种广义的结构冗余性测度^[43]:

$$GR_j = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{n_c} \left[\frac{V_i}{S_{ij}} \right] \quad (15)$$

$$GNR_j = \frac{GR_j}{\max(GR_1, GR_2, \dots, GR_{n_c})} \quad (16)$$

式中: GR_j 、 GNR_j 分别为结构第 j 个损伤参数的广义冗余度和标准化广义冗余度; V_i 为第 i 个构件的体积; V 为结构的总体积; S_{ij} 为第 i 个构件对第 j 个损伤参数的灵敏度; n_c 为结构的构件总数。

日本钢结构协会在“9·11”事件之后将该测度应用于多高层钢框架和大跨空间结构,基于结构的非线性承载力分析,提出了反应灵敏度分析的一般方法,并将失效后容易导致结构倒塌的构件定义为关键构件^[49]。实际上,式(15)或式(16)也是一种鲁棒性测度,因为结构的鲁棒性通常被定义为对初始损伤的不敏感性,将结构反应灵敏度的倒数作为其评价指标,亦符合该定义。

2.3 基于可靠度的鲁棒性指标

由于偶然事件通常是一种“小概率、高后果”事件,具有强烈的不确定性;同时,结构自身的材料属性、构件尺寸和结构模型也具有较大的随机性,因此,结构的鲁棒性在本质上是确定的,这是造成对结构鲁棒性定量评价困难的原因之一。为此,学者们寻求采用结构可靠度理论或概率方法研究结构的鲁棒性。

20世纪70年代末,美国学者 Ellingwood 建立了基于结构条件极限状态的可靠度,但并没有给出具体的条件极限状态方程和相应的设计方法^[7,50-52]。20世纪80年代,美国学者 Frangopol 等根据结构损伤前后体系失效概率的变化,提出了概率冗余度指标 RI (redundancy index)^[41]:

$$RI = \frac{P_{f,d} - P_{f,\rho}}{P_{f,\rho}} \quad (17)$$

式中: $P_{f,d}$ 和 $P_{f,\rho}$ 分别为损伤结构和完好结构的失效概率。该指标的取值范围为 $1 \sim \infty$, 取值越小表明系统的鲁棒性越好。

若采用可靠指标描述结构的可靠性,则相应的冗余度系数为^[41]:

$$\beta_r = \frac{\beta_0}{\beta_0 - \beta_d} \quad (18)$$

式中: β_d 和 β_0 分别为损伤结构和完好结构的可靠指标。该指标的取值范围为 $0 \sim \infty$, 取值越大表明系统的鲁棒性越强。

20世纪90年代,加拿大学者 Lind 将损伤系统的

失效概率与完好系统的失效概率之比作为系统“易损性”的一般性测度^[53]:

$$V_s = \frac{P_{f,d}}{P_{f,\rho}} \quad (19)$$

式中: V_s 为系统的易损性,其余符号同式(17)。Lind 将易损性 V_s 的倒数作为“损伤容限 (damage tolerance)”的测度:

$$T_d = \frac{1}{V_s} = \frac{P_{f,\rho}}{P_{f,d}} \quad (20)$$

式中: T_d 为系统的损伤容限。

冗余度对结构的抗震性能也是重要的影响因素之一。美国规范 NEHRP 97 和 IBC 2000 曾提出一个“可靠度/冗余度系数”^[54]:

$$\rho_1 = 2 - \frac{6.1}{r_{\max} \sqrt{A_B}} \quad (21)$$

式中: A_B 为结构的底层楼层面积; r_{\max} 为最大的层间剪切比。

Bertero 等采用结构可靠度理论研究了结构的冗余度对各种抗震设计方法的影响,并将结构失效时的塑性铰数目作为结构的冗余度^[54]。Liao 等采用结构可靠度方法研究了钢框架结构体系的抗震冗余性,并给出了一种定量描述结构抗震冗余性的“一致风险冗余度系数”^[55]:

$$R_R = \begin{cases} 1 & (P_{ic} \leq P_{ic}^{all}) \\ \frac{S_a^{ic}}{S_a^{all}} & (P_{ic} > P_{ic}^{all}) \end{cases} \quad (22)$$

式中: R_R 为一致风险冗余度系数; P_{ic} 为结构发生倒塌的实际失效概率; P_{ic}^{all} 为允许的倒塌概率; S_a^{ic} 和 S_a^{all} 分别为结构发生倒塌及允许倒塌时所对应的弹性谱加速度。

Husain 和 Tsopelas 进一步提出了“冗余性强度指标”和“冗余性变异指标”两个测度来分析钢筋混凝土结构的地震冗余性^[56-57],其表达式为:

$$r_s = \frac{\bar{S}_u}{\bar{S}_y} \quad (23)$$

$$r_v = \sqrt{\frac{1 + (n-1)\bar{\rho}}{n}} \quad (24)$$

式中: r_s 和 r_v 分别为冗余性强度指标和冗余性变异指标; \bar{S}_u 和 \bar{S}_y 分别为结构的平均极限荷载和平均屈服荷载; n 为结构发生倒塌时出现的塑性铰数目; $\bar{\rho}$ 为平均相关系数,定义为:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \rho_{ij} \quad (25)$$

式中, ρ_{ij} 为结构构件 i 、 j 之间的相关性。

此外, Ben-Haim 采用“信息鸿沟 (information-gap)”理论提出了一种鲁棒性的概率测度^[58]; Ziha 基于信息论的基本原理,提出了一种“面向事件”的系

冗余性和鲁棒性概率分析方法,并采用“信息熵”来度量系统的冗余性和鲁棒性^[59]。但这两种方法实现起来比较困难,目前还未得到实际应用。

2.4 基于风险的鲁棒性指标

由于结构的鲁棒性不但与结构损伤前后的失效概率有关,还与结构的初始损伤以及系统失效的后果有关(所谓“不成比例破坏”就是用初始损伤和系统失效造成的后果来衡量的),因此,采用风险分析理论来度量结构的鲁棒性可能更为恰当。早在1978年,Ellingwood等建立了结构抗连续倒塌设计方法的一般性概率风险评估框架^[7],但是并没有给出定量评价结构鲁棒性的测度。最近,该方面的研究有了重要进展。Maes等采用风险分析和后果分析理论研究了结构的鲁棒性,并对确定性结构性能指标、基于可靠度的概率指标和基于后果的风险指标进行了对比分析^[60]。特别值得指出的是,2008年,Baker等提出了结构鲁棒性定量研究的风险分析与决策框架,并提出将“直接风险与总风险的比值”作为结构鲁棒性的一种度量指标^[23]:

$$I_{rob} = \frac{R_{Dir}}{R_{Dir} + R_{Ind}} \quad (26)$$

式中: I_{rob} 为结构的鲁棒性指数; R_{Dir} 和 R_{Ind} 分别为直接风险与间接风险,定义为:

$$R_{Dir} = \sum_i \sum_j C_{Dir,ij} P(D_j | EX_i) P(EX_i) \quad (27)$$

$$R_{Ind} = \sum_k \sum_i \sum_j C_{Ind,ijk} P(S_k | D_j \cap EX_i) P(D_j | EX_i) P(EX_i) \quad (28)$$

式中: $C_{Dir,ij}$ 为由于灾害 EX_i 引起的结构局部损伤 D_j 所引发的直接后果; $C_{Ind,ijk}$ 为由于灾害 EX_i 引起结构局部损伤 D_j 造成结构综合破坏 S_k (如连续倒塌) 所引发的间接后果; $P(EX_i)$ 为灾害 EX_i 发生的概率; $P(D_j | EX_i)$ 为给定灾害 EX_i 条件下发生局部损伤 D_j 的概率; $P(S_k | D_j \cap EX_i)$ 为给定灾害 EX_i 条件下发生局部损伤 D_j 时结构发生综合破坏 S_k 的概率, i, j, k 分别为 1, 2, 3...

在灾害风险评估中,灾害发生概率 $P(EX_i)$ 的建模与评估是关键环节,特别是关系到人为灾害(如恐怖袭击)时,可采用在设定灾害场景下的条件风险进行条件鲁棒性指数分析,其表达式为:

$$I_{rob,EX} = \frac{R_{Dir,EX}}{R_{Dir,EX} + R_{Ind,EX}} \quad (29)$$

式中: $I_{rob,EX}$ 为设定灾害 EX 下的条件鲁棒性指数; $R_{Dir,EX}$ 和 $R_{Ind,EX}$ 分别为设定灾害 EX 下的条件直接风险与条件间接风险,定义为:

$$R_{Dir,EX} = \sum_j C_{Dir,j} P(D_j | EX) \quad (30)$$

$$R_{Ind,EX} = \sum_k \sum_j C_{Ind,jk} P(S_k | D_j \cap EX) P(D_j | EX) \quad (31)$$

Baker等提出的上述理论框架和度量指标已经被JCSS最新颁布的“工程风险评估”指南所采纳^[13]。该理论框架和度量指标具有很大的灵活性,不但可以考虑极值荷载、偶然荷载、材料老化等情况,还可以考虑结构的维修、加固、检测、监测和灾难预警对结构鲁棒性的影响,具有广泛的应用前景。

3 钢筋混凝土框架结构鲁棒性评定

本文分别采用基于承载力、可靠度和风险的鲁棒性指标,研究钢筋混凝土框架结构的鲁棒性评定问题。

为了评价按GB 50011—2001《建筑抗震设计规范》设计的钢筋混凝土框架结构是否具有足够的鲁棒性,采用PKPM软件设计了一栋5层3跨的钢筋混凝土框架结构,结构立面及荷载、截面配筋图如图2所示。梁、柱混凝土强度等级均为C35,纵筋用HRB335级钢筋,箍筋用HPB235级钢筋。抗震设防烈度为8度,按II类场地土考虑,荷载取值见表1。取其中一榀为例进行分析,完好结构的前3阶自振周期列入表2中。

采用地震工程模拟软件OpenSees对结构进行有限元建模和非线性分析。钢筋采用STEEL 02,混凝土采用CONCRETE 01,在计算约束混凝土的材料参数时,主要参考了Mander理论,表3为混凝土受压材性取值;单元采用集中塑性非线性梁柱单元,塑性铰的长度按经验取1.0倍的截面高度。

表1 竖向荷载取值
Table 1 Vertical loads

结构位置	均布荷载/(kN·m ⁻¹)		集中荷载/kN			
	恒载	活载	边节点		内节点	
			恒载	活载	恒载	活载
顶层	12.09	1.10	121.0	7.0	149.6	10.6
中间层	9.35	4.40	102.3	28.1	122.9	42.5
首层	9.35	4.40	105.4	28.1	126.0	42.5

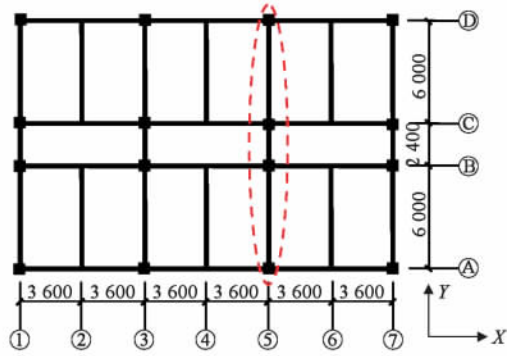
表2 结构自振周期

Table 2 Structural vibration periods

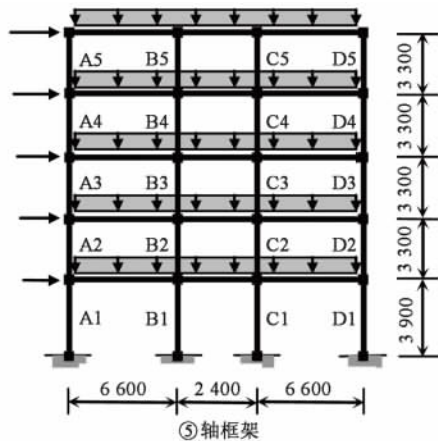
方向	施加荷载前自振周期/s			施加荷载后自振周期/s		
	1阶	2阶	3阶	1阶	2阶	3阶
X	0.737	0.219	0.111	0.945	0.265	0.124
Y	0.059	0.053	0.052	0.059	0.055	0.053

3.1 基于确定性承载力的鲁棒性评定

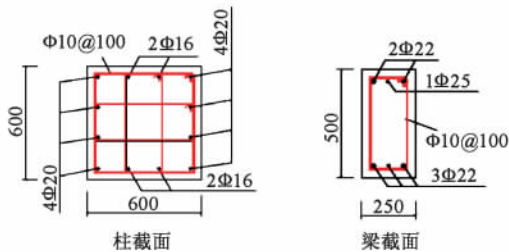
通过逐层移除框架柱(以移除⑧轴线的柱为例),采用基于备用荷载路径的Pushover方法对损伤



(a) 平面图



⑤轴框架



(b) 立面图及截面配筋

图2 框架结构几何尺寸及截面配筋图

Fig. 2 Dimension and reinforcement details of RC frame and details of structural members

表3 C35 混凝土受压材性

Table 3 Parameters of concrete material properties (C35)

混凝土约束状态	峰值应力/ MPa	峰值应变	极限应力/ MPa	极限应变
无约束混凝土	29.76	0.0018	0.00	0.0046
柱约束混凝土	37.65	0.0046	12.50	0.0271
梁约束混凝土	36.20	0.0045	11.73	0.0278

结构进行推覆分析, 损伤结构的 Pushover 曲线如图 3 所示。

采用损伤强度比 DSR 、剩余影响系数 RIF 和强度冗余系数 SRF 作为鲁棒性指标, 计算结果如图 4 所示。进行推覆分析得完好结构的储备强度比 $RSR = 2.2$, 则 $DSR > 1$, 或 $RIF > 1/RSR = 0.45$, 或

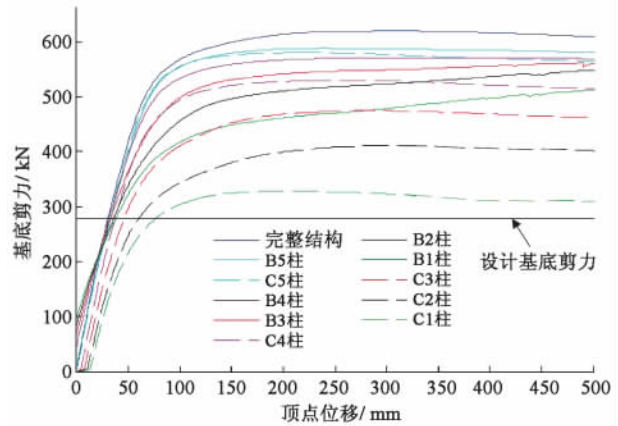


图3 完整结构和移除各柱后损伤结构的 Pushover 曲线

Fig. 3 Pushover curves of intact structure and damaged structures with removed columns

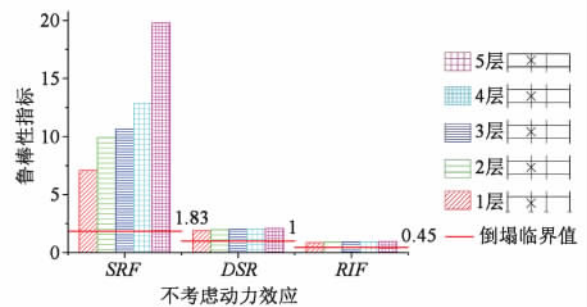


图4 不同楼层左中柱失效时损伤结构的鲁棒性指标

Fig. 4 Robustness Indices for damaged structure of removed left inner columns

$SRF > RSR / (RSR - 1) = 1.83$ 时, 损伤结构在遭遇原设计荷载时不会发生倒塌。由图 4 可知, 所有的工况都满足 $DSR > 1$ 、 $RIF > 0.45$ 或 $SRF > 1.83$, 表明当前有损状态的结构遭遇原设计荷载时不会倒塌, 具有良好的鲁棒性。详细的计算结果见文献 [61]。

3.2 基于可靠度的鲁棒性评定

采用结构可靠度方法对结构进行鲁棒性评定时, 完好结构和损伤结构的极限状态函数分别为:

$$Z_u = g(V_u, DL, LL) = V_u - DL - LL \quad (32)$$

$$Z_r = g(V_r, DL, LL) = V_r - DL - LL \quad (33)$$

式中: V_u 为完好结构的随机竖向承载力; V_r 为损伤结构的随机竖向承载力; DL 为恒荷载; LL 为结构承受总的活荷载。

材料随机变量主要有: 混凝土抗压强度 f_c , 钢筋的屈服强度 f_y 、弹性模量 E 和第二刚度系数 α 。材料随机变量的分布类型和统计参数列入表 4 中, 荷载随机变量的分布类型和统计参数列入表 5 中。

采用随机 Pushdown 方法分析结构的竖向承载力, 基于改进高阶矩方法 (IHOMM) 分析结构的可靠度 [62], 得到完好结构可靠指标 $\beta_0 = 7.27$, 移除柱 (以 B 轴线的柱为例) 后损伤结构的可靠指标列入表 6

中表中还列出了采用一次可靠度方法(FORM)和蒙特卡洛模拟法(MCS)的计算结果,由表中结果可以看出,IHOMM法具有足够的精度。

表4 材料随机变量的分布类型与统计参数
Table 4 Distribution types and statistical parameters of material random variables

随机变量	均值	变异系数	分布类型	相关系数
f_c /MPa	29.8	0.20	对数正态	—
f_y /MPa	388.0	0.08	对数正态	—
E /MPa	2×10^5	0.20	对数正态	0.3
α	0.01	0.20	正态	—

表5 荷载随机变量的分布类型与统计参数
Table 5 Distribution types and statistical parameters of loads

随机变量	均值/kN	变异系数	分布类型
恒荷载	3 067.86	0.10	正态
活荷载	211.82	0.25	极值I型

表6 移除柱后损伤结构的可靠指标
Table 6 Reliability indices of column-removed structures

计算方法	可靠指标				
	移除 B1 柱	移除 B2 柱	移除 B3 柱	移除 B4 柱	移除 B5 柱
IHOMM	1.33	0.87	2.62	2.09	1.74
FORM	1.33	0.87	2.63	2.09	1.75
MCS	1.34	0.85	2.59	2.12	1.71

采用式(18)基于可靠度的鲁棒性指标对结构进行鲁棒性评价,结果如图5所示。

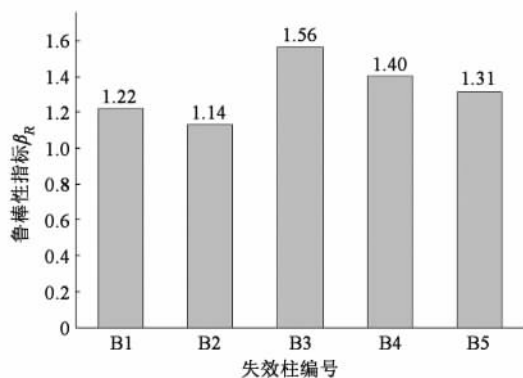


图5 移除①轴线各层柱后损伤结构的鲁棒性指标
Fig. 5 Reliability-based robustness indices of damaged structures assuming the columns in column line ① removed for each floor respectively

由图5可见,所有工况的鲁棒性指标 β_R 均大于1,因此,考虑结构随机性的评价结果也表明此结构具有良好的鲁棒性。

3.3 基于风险的鲁棒性评定

文献[63]采用基于风险的鲁棒性指标对按我国

抗震规范设计的钢筋混凝土框架结构的鲁棒性进行了系统的分析。采用PKPM软件分别设计了3层、5层、8层和10层钢筋混凝土结构,以8度地区(0.20g)的4跨框架结构为例。采用设定地震动方法对结构的期望直接经济损失与平均人员伤亡损失进行了分析,得到各结构多遇地震、设防地震、罕遇地震作用下分别对应的直接经济损失和人员伤亡损失。直接风险体现为结构损伤,反映结构的易损性,间接风险只考虑人员伤亡,体现结构的抗倒塌能力,反映结构的鲁棒性。各结构的抗震鲁棒性指标结果如图6所示。从图中的变化趋势可以看出地震作用越强烈,其鲁棒性指数越低。在多遇地震作用下,结构基于风险的鲁棒性指数接近等于1。

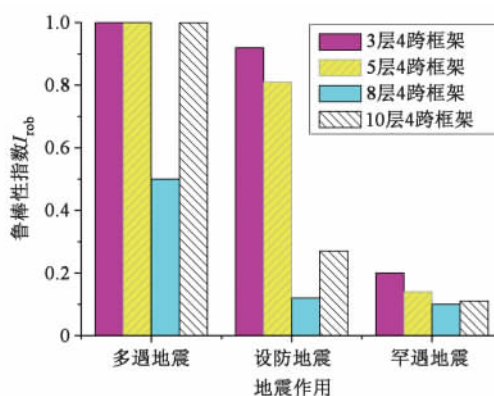


图6 8度地震作用(0.20g)基于风险的鲁棒性指标结果^[63]

Fig. 6 Risk-based robustness indices of structures in 8 degree fortification area (0.20g)^[63]

4 结论

(1)从“偶然事件”、“局部损伤”、“不成比例破坏”和“失效后果”四个方面给出了结构鲁棒性的新定义。

(2)将结构鲁棒性的定量测度划分为四大类,分别从结构的属性、结构的确定性性能、结构的可靠度以及结构的风险等方面详细评述了目前已经提出的各种鲁棒性评价指标。

(3)分别采用基于确定性结构性能的鲁棒性指标、基于可靠度的鲁棒性指标以及基于风险的鲁棒性指标,对按照我国现行规范设计的钢筋混凝土框架结构的抗震鲁棒性进行了定量评价。分析结果表明:采用三类指标的鲁棒性评价结果一致,按照我国现行规范设计的钢筋混凝土框架结构具有良好的抗震鲁棒性。

参考文献

[1] Griffiths H, Pugsley A, Saunders O. Collapse of flats at

- Ronan Point , Canning Town [R]. Ministry of Housing and Local Government Report. London: Her Majesty's Stationery Office ,1968: 10-16.
- [2] Pearson C , Delatte N. Ronan point apartment tower collapse and its effect on building codes [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities , ASCE ,2005 , 19 (2) : 172-177.
- [3] CP 110 Code of practice for the structural use of concrete , design , materials and workmanship [S]. London: British Standards Institution ,1972.
- [4] NBS-GCR75-48 The avoidance of progressive collapse: regulatory approaches to the problem [S]. Washington , DC: National Bureau of Standards , 1975.
- [5] National building code of Canada [S]. Ottawa , Canada: National Research Council of Canada (NRCC) ,1975.
- [6] BS EN 1990: 2002 Eurocode 0: basis of design [S]. London: BSI ,2002.
- [7] Ellingwood B R , Leyendecker E V. Approaches for design against progressive collapse [J]. Journal of Structural Division , ASCE ,1978 ,104(3) : 413-423.
- [8] Corley W G , Mlakar P F , Sozen M A , Thornton CH. The Oklahoma City bombing: summary and recommendations for multihazard mitigation [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities , 1998 , 12(3) : 100-112.
- [9] NIST Recommendations. Final report on the collapse of the world trade center towers [R]. Washington DC: National Institute of Standards and Technology , 2005: 1-48.
- [10] Faber M H. Robustness of structures: an introduction [J]. Structural Engineering International , 2006 , 16 (2) : 101.
- [11] Vrouwenvelder T , Sørensen J D. Robustness of structures , EU COST Action TU0601 [C]// Safety , Reliability and Risk of Structures , Infrastructures and Engineering Systems. Furuta H , Frangopol D M , Shinozuka M. ISBN 978-0-415-47557-0. London: Taylor & Francis Group ,2010.
- [12] COST Action TU0601 , Robustness of Structures [C]// Proceedings of the 1st Workshop. ETH Zurich: European Cooperation in Science and Technology , 2008: 4-5.
- [13] Faber M H. Principles of risk assessment in engineering [R]. Zurich: Joint Committee of Structural Safety Publication , 2008.
- [14] Canisius T D G , Sørensen J D , Baker J W. Robustness of structural systems: a new focus for the joint committee on structural safety (JCSS) [C]// Proceedings of the 10th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICAPS10) . London: Taylor & Francis Group ,2007: 5-40.
- [15] Schubert M , Faber M H , Baker J W. Decision making subject to aversion of low frequency high consequence events [C]// Special Workshop on Risk Acceptance and Risk Communication. Stanford: Stanford University ,2007: 26-27.
- [16] Canisius T D G , Baker J , Diamantidis D , et al. Structural robustness design for practising engineers [R]. COST Action TU0601-Robustness of Structures. ETH Zurich: European Cooperation in Science and Technology ,2011.
- [17] 江晓峰 陈以一. 建筑结构连续性倒塌及其控制设计的研究现状 [J]. 土木工程学报 , 2008 , 41(6) : 1-8. (Jiang Xiaofeng , Chen Yiyi. A review on the progressive collapse and control design of building structures [J]. China Civil Engineering Journal , 2008 , 41(6) : 1-8. (in Chinese))
- [18] 叶列平 程光煜 陆新征 冯鹏. 提高建筑结构抗地震倒塌能力的设计思想与方法 [J]. 建筑结构学报 , 2008 , 29(4) : 42-50. (Ye Lieping , Chen Guangyu , Lu Xinzheng , Feng Peng. Collapse prevention of building structures: a lesson from the Wenchuan Earthquake [J]. Journal of Building Structures , 2008 , 29(4) : 42-50. (in Chinese))
- [19] 叶列平 程光煜 陆新征 冯鹏. 论结构抗震的鲁棒 [J]. 建筑结构 , 2008 , 38(6) : 11-15. (Ye Lieping , Chen Guangyu , Lu Xinzheng , Feng Peng. Introduction of robustness for seismic structures [J]. Building Structure , 2008 , 38(6) : 11-15. (in Chinese))
- [20] 陈肇元. 也谈 robustness 的中文定名 [J]. 中国科技术语 , 2007 , 1(1) : 12-13. (Chen Zhaoyuan. The designation of robustness [J]. China Terminology , 2007 , 1(1) : 12-13. (in Chinese))
- [21] 黄琳. 稳定性与鲁棒性的理论基础 [M]. 北京: 科学出版社 , 2003: 2-10. (Huang Lin. Theoretical foundations of stability and robustness [M]. Beijing: Science Press , 2003: 2-10. (in Chinese))
- [22] Faber M H , Maes M A , Straub D , Baker J W. On the quantification of robustness of structures [C]// Proceedings of the 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE2006) . Hamburg , Germany: Hamburg University of Technology ,2006: 1-9.
- [23] Baker J W , Schubert M , Faber M H. On the assessment of robustness [J]. Structural Safety , 2008 , 30(3) : 253-267.
- [24] Lind N C. A measure of vulnerability and damage tolerance [J]. Reliability Engineering and System Safety , 1995 , 48(1) : 1-6.
- [25] Agarwal J , Blockely D , Woodman N. Vulnerability of structural systems [J]. Structural Safety , 2003 , 25 (3) : 263-286.

- [26] Starossek U, Haberland M. Measures of structural robustness-requirements & applications [C]// ASCE SEI 2008 Structural Congress-Crossing Borders. Vancouver, Canada: ASCE Publication, 2008: 1-10.
- [27] Blockley D, Agarwal J, England J, Pinto J T, Woodman N J. Structural vulnerability, reliability and risk [J]. Progress in Structural Engineering and Materials, 2002, 4(2): 203-212.
- [28] Agarwal J, Blockley D, Woodman N J. Vulnerability of 3-dimensional trusses [J]. Structural Safety, 2001, 23(3): 203-220.
- [29] Agarwal J, Blockley D, Woodman N J. Vulnerability of systems [J]. Civil Engineering and Environmental Systems, 2001, 18(2): 141-165.
- [30] England J, Agarwal J, Blockley D. The vulnerability of structures to unforeseen events [J]. Computers & Structures, 2008, 86(10): 1042-1051.
- [31] 邱德锋, 周艳, 刘西拉. 突发事故中结构易损性的研究[J]. 四川建筑科学研究, 2005, 31(2): 55-59. (Qiu Defeng, Zhou Yan, Liu Xila. Study on the structural vulnerability under unexpected conditions [J]. Building Science Research of Sichuan, 2005, 31(2): 55-59. (in Chinese))
- [32] 刘西拉, 徐俊详. 突发事件中结构易损性的研究现状与展望[J]. 工业建筑, 37(增刊), 2007: 18-24. (Liu Xila, Xu Junxiang. The prospect and review of the study on the structural vulnerability under unexpected conditions [J]. Industrial Construction, 37(Suppl.), 2007: 18-24. (in Chinese))
- [33] 张雷明, 刘西拉. 框架结构能量流网络及其初步应用[J]. 土木工程学报, 2007, 40(3): 45-49. (Zhang Leiming, Liu Xila. Network of energy transfer in frame structures and its preliminary application [J]. China Civil Engineering Journal, 2007, 40(3): 45-49. (in Chinese))
- [34] 高扬, 刘西拉. 结构鲁棒性评价中的构件重要性系数[J]. 岩土力学与工程学报, 2008, 27(12): 2575-2584. (Gao Yang, Liu Xila. Importance coefficients of components in evaluation of structure robustness [J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(12): 2575-2584. (in Chinese))
- [35] 于刚, 孙利民. 基于损伤场景的桁架结构拓扑易损性分析[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(4): 475-480. (Yu Gang, Sun Limin. Damage scenarios-based topological vulnerability analysis of truss structures [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(4): 475-480. (in Chinese))
- [36] 于刚, 孙利民. 断索导致的斜拉桥结构易损性分析[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(3): 323-328. (Yu Gang, Sun Limin. Vulnerability analysis of cable-stayed bridge due to cable failures [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(3): 323-328. (in Chinese))
- [37] 于刚, 孙利民. 基于塑性极限状态的结构易损性分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(12): 1953-1957. (Yu Gang, Sun Limin. Structural vulnerability analysis based on plastic limit state [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 42(12): 1953-1957. (in Chinese))
- [38] 姜绍飞, 杨博, 吴兆旗. 基于易损性分析的桁架桥传感器布设方法[J]. 工程力学, 2007, 27(增刊 II): 263-271. (JIANG Shaofei, YANG Bo, WU Zhaoqi. Sensor arrangement method based on vulnerability analysis for a truss bridge [J]. Engineering Mechanics, 2007, 27(Suppl. II): 263-271. (in Chinese))
- [39] 姜绍飞, 杨博, 党永勤. 易损性分析在结构抗震及健康监测中的应用[J]. 建筑科学与工程学报, 2008, 25(2): 15-23. (Jiang Shaofei, Yang Bo, Dang Yongqin. Application of vulnerability analysis in structural seism and health monitoring [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2008, 25(2): 15-23. (in Chinese))
- [40] 李宁, 杨博, 姜绍飞. 基于构件重要性系数的结构易损性分析[J]. 辽宁工程技术大学学报: 自然科学版, 2010, 29(1): 83-86. (Li Ning, Yang Bo, Jiang Shaofei. Vulnerability analysis based on important factors of members [J]. Journal of Liaoning Technical University: Natural Science, 2010, 29(1): 83-86. (in Chinese))
- [41] Frangopol D M, Curley J P. Effects of damage and redundancy on structural reliability [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1987, 113(7): 1533-1549.
- [42] Feng Y S, Moses F. Optimum design, redundancy and reliability of structural systems [J]. Computers & Structures, 1986, 24(2): 239-251.
- [43] Pandey P C, Barai S V. Structural sensitivity as a measure of redundancy [J]. Journal of Structural Engineering, 1997, 123(3): 360-364.
- [44] Whittaker A, Hart G, Rojahn C. Seismic response modification factors [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1999, 125(4): 438-444.
- [45] Sørensen J D. Framework for robustness assessment of timbers tructures [J]. Engineering Structures, 2011, 33(11): 3087-3092.
- [46] Biondini F, Frangopol D M, Restelli S. On structural robustness, redundancy and static indeterminacy [C]// ASCE SEI 2008 Structural Congress-Crossing Borders. Vancouver, Canada: ASCE Publication, 2008: 1-5.
- [47] 方召欣, 李惠强. 结构鲁棒性与风险防控[J]. 工程力学, 2007, 24(增刊 1): 79-82. (FANG Zhaoxin, LI Huiqiang. Structural robustness and risk mitigation [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(Suppl. 1):

- 79-82. (in Chinese)
- [48] 方召欣 李惠强. 基于能量观点的结构安全性与鲁棒性[J]. 建筑结构学报, 2007, 28(增刊 1): 269-273. (FANG Zhaoxin, LI Huiqiang. Safety and robustness of structures from the viewpoint of energy [J]. Journal of Building Structures, 2007, 28(Suppl. 1): 269-273. (in Chinese))
- [49] 日本钢结构协会, 美国高层建筑和城市住宅理事会. 高冗余度钢结构倒塌控制设计指南[M]. 陈以一, 赵宪忠, 译. 上海: 同济大学出版社, 2007: 15-24. (Japanese Society of Steel Construction, Council on Tall Buildings and Urban Habitat of USA. Guidelines for collapse control design: construction of steel buildings with high redundancy [M]. Translated by Chen Yiyi, Zhao Xianzhong. Shanghai: Tongji University Press, 2007: 15-24. (in Chinese))
- [50] Ellingwood B R, Dusenberry D O. Building design for abnormal loads and progressive collapse[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructural Engineering, 2005, 20(3): 194-205.
- [51] Ellingwood B R. Mitigating risk from abnormal loads and progressive collapse[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, ASCE, 2006, 20(4): 315-323.
- [52] Ellingwood B R. Strategies for mitigating risk to buildings from abnormal load events[J]. International Journal of Risk Assessment and Management, 2007, 7(6/7): 828-845.
- [53] Lind N C. A measure of vulnerability and damage tolerance [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1995, 48(1): 1-6.
- [54] Bertero R D, Bertero V V. Redundancy in earthquake-resistant design[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1999, 125(1): 81-88.
- [55] Liao K W, Wen Y K, Foutch D A. Evaluation of 3D steel moment frames under earthquake excitations II: reliability and redundancy [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2007, 133(3): 471-480.
- [56] Husain M, Tsopelas P. Measures of structural redundancy in reinforced concrete buildings. I: redundancy indices [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2004, 130(11): 1651-1658.
- [57] Tsopelas P, Husain M. Measures of structural redundancy in reinforced concrete buildings: II: redundancy response modification factor [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2004, 130(11): 1659-1666.
- [58] Ben-Haim Y. Design certification with information-gap uncertainty [J]. Structural Safety, 1999, 21(3): 269-289.
- [59] Ziha K. Redundancy and robustness of systems of events [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2000, 15(4): 347-357.
- [60] Maes M A, Fritzsos K E, Glowienka S. Structural robustness in the light of risk and consequence analysis [J]. Structural Engineering International, 2000, 16(2): 101-107.
- [61] 吕大刚 崔双双 李雁军 王光远. 基于备用荷载路径 Pushover 方法的结构连续倒塌鲁棒性分析[J]. 建筑结构学报, 2010, 31(增刊 2): 112-118. (LU Dagang, CUI Shuangshuang, LI Yanjun, WANG Guangyuan. Robustness analysis for progressive collapse of structures using an alternate load path based pushover analysis approach [J]. Journal of Building Structures, 2010, 31(Suppl. 2): 112-118. (in Chinese))
- [62] 吕大刚, 宋鹏彦, 于晓辉, 王光远. 基于矩法的结构非线性整体抗震可靠性分析[J]. 建筑结构学报, 2010, 31(增刊 2): 119-124. (LU Dagang, SONG Pengyan, YU Xiaohui, WANG Guangyuan. Nonlinear global seismic reliability analysis of structures based on moment methods [J]. Journal of Building Structures, 2010, 31(Suppl. 2): 119-124. (in Chinese))
- [63] 王闽雄. 钢筋混凝土框架结构的地震损失估计与概率风险分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011: 79-81. (Wang Minxiong. Earthquake loss estimation and probabilistic risk analysis of reinforced concrete frame structures [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011: 79-81. (in Chinese))